

UN MODELO DINÁMICO SISTÉMICO DE ASIGNACIÓN DE TRÁFICO PARA EL SISTEMA DE TRANSPORTE PÚBLICO URBANO DE PASAJEROS

A dynamic systemic model of traffic assignment for the system of passengers' public urban transport

Santiago E. Contreras Aranda*
Bertha Ulloa Rubio*

Resumen

Esta cápsula de investigación tiene como objeto realizar una reflexión sobre un Sistema de Transporte "ST" en particular el Sistema de Transporte Público Urbano de Pasajeros "STPUP" teniendo como herramientas de análisis el Pensamiento Científico "PC" y el Pensamiento Sistémico "PS" instrumentos que nos permitirán desarticular y articular la trama compleja de la interrelación funcional de los elementos del STPUP buscando su equilibrio matemático en dicha red que será el producto de la sinergia de las transformaciones profundas de la diversidad de individuos activos en el sistema. Considerando:

1. La interfuncionalidad compleja del sistema transporte público urbano de pasajeros.
2. El equilibrio de un sistema de transporte.
3. Representación de una red en un sistema de transporte público urbano de pasajeros.
4. La representación de la red vial urbana.
5. Representación de la red de tránsito.
6. Centroides y conectores.
7. Funciones de rendimiento, que analizará como representar los valores de los diversos niveles de servicios proporcionados en un sistema de transporte.
8. Equilibrio sobre una red del sistema de transporte público urbano de pasajeros, nuestra propuesta se centra en el análisis del equilibrio de la red de transporte considerando la teoría del consumidor.
9. Reflexiones sobre equilibrio en el sistema de transporte, considerando los principios de Wardrop y del usuario y como tomadores de decisiones los conductores.
10. Ejemplos prácticos del uso de equilibrio, tratando de dar un ejemplo simple para manejar el criterio de equilibrio en el sistema de transporte público urbano de pasajeros.
11. Estructura matemática del problema de asignación en redes de transporte, en este ítem hacemos la propuesta sobre como construir un modelo matemático para el fenómeno de asignación de tráfico a la red de transporte usando los 10 puntos anteriores y el principio de Beckmann, proporcionando un ejemplo práctico para una red simple.

Palabras Clave: Cápsula de investigación; Pensamiento sistémico; Sistematización; interfuncionalidad; centroides; Principios de Wardrop, Principios de Beckmann.

Abstract:

This capsule of investigation has as object realize a reflection on a System of Transport "ST" especially the System of Passengers' Public Urban Transport "STPUP" taking as tools of analysis the Scientific "PC" Thought and the Systemic Thought "PS" instruments that will allow us to dismantle and to articulate the complex plot of the functional interrelationship of the elements of the STPUP looking for his mathematical balance in the above mentioned network that will be the product of the synergy of the deep transformations of the diversity of active individuals in the system. Considering: 1. The complex interfunctionality of the system transports publicly urban of passengers, 2. The balance of a system of transport; 3. Representation of a network in a system of passengers' public urban transport, 4. The representation of the road urban network; 5. Representation of the network of traffic, 6. Centroides and connectors 7. Functions of performance, which he will analyze like to represent the values of the diverse levels of services provided in a system of transport. 8. Balance on a network of the system of passengers' public urban transport, our offer centres on the analysis of the balance of the network of transport considering the theory of the consumer; 9. Think about balance in the system of transport, considering the beginning of Wardrop and of the user and as drawees of decisions the drivers. 10. Practical examples of the use of balance, trying to give a simple example for. 10. Practical examples of the use of balance, trying to give a simple example to handle the criterion of balance in the system of passengers' public urban transport; 11. Mathematical structure of the problem of assignment in networks of transport, in this article we make the offer construct since a mathematical model for the phenomenon of traffic assignment to the network of transport using 10 previous points and Beckmann's beginning, providing a practical example for a simple network.

Key words: Capsule of investigation; systemic Thought; Systematizing; interfunctionality; centroides; Wardrop's Beginning, Beckmann's Beginning.

INTRODUCCIÓN

En lo que va del presente siglo podemos afirmar sin titubear que estamos viviendo en un mundo simple, tumultuoso, difícil y complejo en sus diversas esferas sociales, culturales, políticas y económicas; pues todos los días somos testigos epistemológicos experimentales de accidentes de tránsito vehicular, peatonal y su repercusión no tiene límites, de fenómenos inexplicables, en esta sociedad tumultuosa como: suicidios, violaciones de toda índole en las diferentes escalas sociales, etc. Y otros fenómenos diversos cuya interfuncionalidad son complejos de describir, conceptuar, consecuentemente, permite abortar la trama compleja de la sociedad del siglo XXI a nivel mundial y así mismo exigen de un conjunto de tomadores de decisiones brillantes para mitigar su gestión en particular del sistema de transporte público urbano de pasajeros (STPUP),

Recordemos que la acción administrativa en cualquier organización moderna es la toma de decisiones, en donde se incluye: la formulación, evaluación y selección de opciones para resolver problemas administrativos. Entonces, la toma de decisiones se encuentra ligada a la disposición de información, al instante en que se toma la decisión, en este sentido la investigación en el STPUP es un medio importante para obtener la información y la toma de decisiones en las organizaciones complejas, acción que generalmente lo realizan los gerentes y aspirantes.

La complejidad del entorno de la toma de decisiones sugiere que la dirección de todas las áreas funcionales de una organización, debe tener una mejor comprensión del proceso con la finalidad de obtener y utilizar la información para la responsabilidad de la toma de decisiones.

Puesto que la complejidad de la interfuncionalidad sistémica de los Sistemas de Información en administración y los Sistemas de Soporte de Decisiones (DSS) sigue creciendo en las organizaciones de hoy, en este sentido los gerentes deben de estar siempre atentos a la información de entrada y salida.

Las reflexiones de arriba afirma que los datos para la toma de decisiones deben tener calidad suficiente y ser del tipo apropiado para resolver enigmas de las organizaciones en particular en el STPUP y esto se

conseguirá con la creatividad, innovación de la ciencia y tecnología es decir con la investigación.

La transformación constante del escenario mundial en las diversas esferas, económicas, políticas, culturales y tecnológicas sugieren que la gestión del talento humano es la clave angular para poder tomar parte en el futuro de la humanidad. Los países que cuenten con estos recursos, humanos, universidades, centros de investigación y tecnología y que estén dispuestos a cualificar su capital humano garantizarán el bienestar de sus habitantes, y los que no lo hagan cada día serán más pobres y dependientes.

Es en esta medida que esta investigación, es un conjunto de reflexiones didácticas sobre epistemología y metodología de la investigación, usando técnicas del modelado. Técnicas que permitirán que el investigador en el STPUP realice un proceso integral basado en el conocimiento científico sistémico y tecnológico teniendo presente la complejidad sistémica de la sociedad del presente siglo en donde el hombre es un elemento transformador, de su habitáculo, buscando el pináculo del saber humano.

Motivados en estos criterios es que nos permitimos reflexionar sobre once puntos creo yo de suma importancia y que nos permite aportar en el área del conocimiento, con la finalidad de tener un conjunto de modelos matemáticos y por consecuencia usar el conjunto de algoritmos, programas y teorías matemáticas que induzcan a minimizar los fenómenos complejos que hacen ex abrupta a nuestra sociedad, nuestro aporte seguirá la siguiente secuencia:

1. La interfuncionalidad compleja del sistema transporte público urbano de pasajeros;
2. El equilibrio de un sistema de transporte;
3. Representación de una red en un sistema de transporte público urbano de pasajeros;
4. La representación de la red vial urbana;
5. Representación de la red de tránsito;
6. Centroides y conectores estamos concentrados en imaginar un paradero central para desplazarse a nuestro destino;
7. Funciones de rendimiento;
8. Equilibrio sobre una red del sistema de transporte público urbano de pasajeros;
9. Reflexiones sobre equilibrio en el sistema de transporte;
10. Ejemplos simples del uso de equilibrio y;
11. Estructura matemática del problema de asignación en redes de transporte.

Finalmente quiero desde aquí invitar a todo inquieto del conocimiento a acompañarme en este hermoso, magnífico, estupendo camino, pero tortuoso y que al final te hace llegar al pináculo de tu deseo personal que es la libertad de pensamiento, mirar, escribir, interpretar y hacer.

1. LA INTERFUNCIONALIDAD COMPLEJA DEL SISTEMA TRANSPORTE PÚBLICO URBANO DE PASAJEROS

Imaginemos que nos encontramos en una calle o una intersección y al frente de una diversidad de líneas de transporte de diferentes tipos y modos en una red de transporte, en consecuencia la cantidad de viajes que se tiene en ese momento, en ese espacio físico, es el resultado de una diversidad de decisiones individuales y que está en función de los modelos mentales y las transformaciones profundas de los individuos, es decir en la manera de describir, concebir e interpretar el mundo consensual que nos rodea por ellos.

Los individuos seleccionan si desean realizar o no un viaje con un propósito específico, considerando el modo y tipo de transporte a utilizar en términos de sus condiciones económicas, sociales y políticas, lo que constituye la base de la trama compleja de la sociedad, en particular del Sistema de Transporte Público Urbano de Pasajeros "STPUP", por ejemplo se puede considerar tomar un tipo transporte público es decir: taxi, combi, ómnibus, o conducir su propio vehículo, el cual se encuentra en función a donde va ir, como debe de llegar ahí y sus externalidades, etc.

En consecuencia es necesario resaltar que las decisiones de los individuos dependerán en parte también del congestionamiento del sistema de transporte y sus externalidades. Considerando que la congestión en cualquier punto del sistema de transporte depende de la cantidad de viajes que se realizan a través de ese punto e interfuncionalmente con otros puntos del sistema de transporte. Esto induce a considerar como una interrelación funcional entre el congestionamiento y las decisiones de esos viajes que realizan los individuos y que debe ser considerado como el patrón de un sistema que representará toda esa complejidad interfuncional del sistema de transporte en particular del STPUP y que debe de ser solucionado considerando al mismo tiempo el flujo en

la red de transporte, buscando el equilibrio dinámico de todo el sistema, esta reflexión induce a considerar dos fenómenos importantes "flujo" y "equilibrio" en el sistema de transporte, fenómenos que serán materia de análisis a posteriori.

La reflexión anterior es uno de los más fascinantes enigmas para los ingenieros de Transporte, Tráfico, y los planificadores urbanos que deberán predecir el impacto en el escenario del STPUP en particular. En consecuencia para analizar, concebir, interpretar, y sintetizar la interfuncionalidad de los elementos del problema de transporte debemos considerar dos aspectos importantes:

Primero: Considerar como la cápsula de la investigación es el Sistema de Transporte ST en particular el STPUP el que debe ser concebido e interpretado matemáticamente como un conjunto de insumos, ingresos que son utilizados para estructurar el sistema patrón de flujo que es resultado diferente para cada escenario particular.

Segundo: El patrón de flujo anterior es utilizado para calcular una serie de medidas que caracterizan al escenario particular del sistema de transporte dando origen a su complejidad sistémica, y por consecuencia debe ser tratado como un sistema abierto, blando y no como un sistema cerrado y duro.

Los ingresos o insumos que serán el objeto de análisis, concebir, interpretar y transformar, se consideran como sistemas de la siguiente manera:

1. La infraestructura del transporte y los niveles de servicios, las calles, intersecciones, y las diversas líneas de tránsito existentes etc.
2. La operación del sistema de transporte y el control de la diversidad de políticas en el sistema.
3. La demanda por los viajes, incluyendo la actividad del patrón de uso del suelo.

En la **primera etapa** de análisis usamos los insumos ingresos para calcular el flujo a traves de cada componente de la red de transporte urbana. Este flujo es medido en términos del número de las unidades de viaje, para decir, vehículos, pasajeros, pedestres etc., que viaja dada una política, infraestructura

y gestión de transporte en una unidad de tiempo. En esta parte del análisis consideramos la relación interfuncional entre el flujo, la congestión vehicular, y así mismo las relaciones entre la congestión vehicular y las decisiones de viajes de los individuos, fenómeno que se encuentra en función de sus mapas mentales, producto de su hábitaculo, hábitat, cultura, etc.

En la **segunda etapa** del análisis, consideramos el cálculo de una serie de medida de interés dado un patrón de flujo en donde se considera lo siguiente:

1. La medida de los niveles de servicio que es muy diverso para los individuos, tales como tiempo de viaje y el costo de viaje, los cuales afectan a los usuarios del sistema de transporte en general de manera diversa, en particular al STPUP.
2. Las características operacionales, tales como los ingresos y beneficios, estos afectan a la operación del sistema en análisis, fenómenos que estarán en función de los modelos mentales de los individuos como objetos o sujetos.
3. Por producto del flujo, como la contaminación y los cambios en el uso de los valores del suelo, fenómenos que afectan el medio ambiente.
4. Las medidas de bienestar, tales como la accesibilidad y la equidad son fenómenos de interés para diferentes niveles de gobierno.

El **objetivo principal** de estas reflexiones en la primera etapa del análisis es la determinación del patrón de flujo dado los insumos. Debemos decir que muchas de las medidas antes mencionadas pueden ser calculadas de esos flujos de manera directa. Otros como el nivel de contaminación o medida de equidad requieren de metodologías sofisticadas y modelos complejos. Estos análisis, sin embargo, usan los patrones de flujo como un mejor insumo.

En un análisis completo de un escenario dado, se puede considerar la determinación de importantes factores cuando no son basados sobre el flujo, como la construcción de costos y políticas institucionales. Debemos tener en consideración que nuestras reflexiones sobre el modelado del sistema de transporte es la descripción analítica interfuncional en vez de la normatividad. Es decir describimos como los viajes individuales se dan dentro un sistema de transporte

dado sus componentes, tales como su infraestructura, insumos y gestión. No pretendemos determinar el óptimo de la configuración del sistema, en términos, es decir, como los proyectos deben ser construidos o que tipo de políticas de control deben ser utilizados. En muchos casos, sin embargo el análisis es motivado por la necesidad en la inversión del sistema de transporte dado, la regulación o políticas, del conjunto de alternativas en curso de acción.

En el caso anterior cada una de los escenarios alternativos debe ser especificado matemáticamente como un conjunto de insumos en el análisis. Los modelos estructurados en esta oportunidad son entonces ejecutados para cada escenario alternativo en orden a predecir el patrón de flujo cuando es usado, a su vez, en el desarrollo de muchas de las medidas de interés. El conjunto completo de las medidas asociadas con cada alternativa es entonces usado para comparar sus respectivos impactos. Esas medidas son, típicamente también comparados con el conjunto de medidas caracterizando un caso base, que puede ser el sistema actual o una proyección de cómo el actual sistema operará bajo la alternativa “no hacer nada”. Debemos destacar que estas comparaciones sirven como base para la recomendación sobre el curso de acción preferido.

Estas reflexiones, entonces, no trata de abarcar todo el análisis del sistema de transporte urbano. Presentamos varias suposiciones, modelos y algoritmos usados para calcular el patrón de flujo de los insumos o ingresos. Lo central de estas reflexiones es la interacción funcional de la congestión y las decisiones de viajes que emergen con esos flujos. Desde el aumento de la congestión con el flujo y los viajes son desanimados por congestión, esta interacción funcional puede ser modelada como un proceso para alcanzar el equilibrio entre la congestión y las decisiones de viajes.

2. EL EQUILIBRIO DE UN SISTEMA DE TRANSPORTE

El concepto de equilibrio del sistema de transporte público urbano de pasajeros se encuentra ligado al uso del Pensamiento Científico “PC” es decir el análisis como su herramienta y el Pensamiento Sistémico “PS” en la interfuncionalidad de sus elementos, considerando como base un sistema de red de transporte

orientado, nuestras reflexiones serán sistematizadas en tres subsistemas interfuncionalmente relacionadas:

- (1) la necesidad de un enfoque sistémico
- (2) La noción general de equilibrio, los diversos tipos de equilibrios
- (3) Las aplicaciones de (1) y (2) en el sistema de transporte en análisis.

2.1. LA NECESIDAD DE UN ENFOQUE SISTÉMICO COMO BASE DEL SISTEMA DE TRANSPORTE PÚBLICO URBANO DE PASAJEROS

El enfoque tradicional adoptado en muchos análisis ingenieriles consiste en aislar un componente de un sistema y analizarlo individualmente, este tipo de abordaje es usado también en el análisis de efectos de cambios pequeños en el sistema de transporte. Por ejemplo el sistema de semáforos generalmente suelen ser programados teniendo en cuenta sólo el tráfico que utilizan la intersección en estudio, fenómeno que para nosotros es un enigma, resultado de su complejidad interfuncional de los diversos elementos del STPUP y sus externalidades.

Pues tradicionalmente los efectos de los cambios en intersecciones adyacentes son generalmente considerados despreciables. Similarmente, las regulaciones de parqueo, los diseños de intersecciones y otros cambios en el sistema de transporte son típicamente analizados considerando solo el entorno inmediato, aquí encontramos la limitación del enfoque tradicional.

En el enfoque tradicional se considera que si el impacto de una política específica o diseño es probable que sea pequeño, de repente este tipo de análisis puede ser suficiente. Cuando el cambio en análisis es más sustancial, sin embargo, si el efecto no es solamente al componente que está siendo cambiado si no a otras partes del sistema también, como es en el caso del STPUP.

Como una ilustración de este tipo de efecto dominante, consideremos el segmento congestionado de una arteria urbana, el orden para reducir el congestionamiento, la autoridad local del transporte considera los costos y beneficios de ampliación de este segmento de la estrada. Dado el existente flujo de tráfico, la adición de un carril se considera suficiente.

Pues desde el carril añadido significa que el tráfico existente será capaz de fluir suavemente y con sólo retrasos menores. El cálculo de los beneficios del proyecto de esta manera puede también ser engañoso ya que las decisiones de viaje no se tuvieron en cuenta. Por ejemplo, es probable que los choferes que no usaron el segmento anteriormente puedan usar las instalaciones mejoradas como reflejos de otros sistemas muy comprometidos.

Por lo tanto, las condiciones del tráfico en el centro facilitado no será tan bueno como el dúo que prevé el aumento del flujo con las causas del aumento de la congestión. A su vez, algunos de los caminos que conducen a las instalaciones de mejora pueden llegar congestionados como consecuencia de que los conductores tratan de ingresar y salir al segmento. Además las condiciones de flujo sobre las vías paralelas con las facilidades ampliadas pueden mejorar como un resultado de esos cambios desde el flujo de tráfico sobre su mayor decrecimiento. De esta manera, los conductores sobre otras partes del sistema pueden realizar cambios en las condiciones de flujo y alterar en consecuencia sus rutas.

Cada cambio de ruta inducirá a cambios futuros en los niveles de congestión en consecuencia más rutas de cambio. En última instancia, sin embargo esos efectos dominantes disminuirá y, al poco tiempo, esto es en varios días o una semana, el sistema se establecerá un nuevo punto de equilibrio con un poco más de cambios que ocurren.

El ejemplo anterior ilustra los cambios en el flujo resultante de un cambio en la infraestructura de transporte. Cambios similares pueden ocurrir si el control policial del transporte es cambiado o si los nuevos servicios de transporte son introducidos.

Además los nuevos patrones de flujo pueden resultar de los cambios no directamente ligados al sistema de transporte, sino más bien los cambios en las actividades generales en el área urbana. Esas actividades crean la necesidad de una demanda por transporte.

Por ejemplo, consideremos la opinión de un nuevo centro comercial. Este centro de comercio atrae a los viajes por compras que son particularmente nuevos, es decir generados por la gente que compran

con frecuencia y parcialmente desviados desde otros destinos. Las calles que conducen al nuevo centro se congestionan causando algunos viajes que se limiten a atravesar el área las que van a cambiar la ruta, modo de viaje, o el tiempo de sus viajes. Estos desvíos pueden cambiar el flujo y congestionar a lo largo del sistema ocasionando fuertes cambios en las decisiones de viajes.

Otros cambios se producen alrededor de otros centros comerciales que pueden experimentar cierto descenso en el nivel de flujo. Una vez más, después de un tiempo los flujos llegarán a un nuevo punto de equilibrio. En este punto, la frecuencia de los viajes, y los viajes de destino, los modos de viajes y la selección de rutas son establecidos a lo largo de la red de transporte. En consecuencia es necesario un cambio de paradigma al analizar el sistema de transporte.

La noción de equilibrio en este contexto es paralela a la noción física de equilibrio estable, que es el estado en el que no hay fuerzas que traten de empujar al sistema a otro estado. Afortunadamente por otra parte, cuando el sistema está en desequilibrio, hay fuerzas que tienden a orientar el sistema hacia el estado de equilibrio. En el caso en cuestión, los flujos están siendo "empujados" hacia el equilibrio mediante el mecanismo de cambio de ruta. En el equilibrio, los flujos serán como tales ya que no hay ningún incentivo para cambiar de ruta. Es este estado de equilibrio que al analista de transporte le interesa.

La reflexión anterior nos indica, que el patrón de flujo de equilibrios asociados a una situación determinada puede implicar niveles inesperados de flujo y la congestión en varias partes de la red urbana de transporte. Esto incide directamente en la cuestión de quiénes son los afectados en este escenario. Mientras que algunos viajeros estarán mejor, otros pueden estar en peores condiciones.

En consecuencia sólo un enfoque sistémico con el pensamiento científico será capaz de sistematizar la interfuncionalidad en donde se considere todos los impactos asociados con un escenario particular. En otras palabras, el patrón de flujo de equilibrio que prevalecería en cada situación determinada, sólo puede encontrarse mediante el análisis de toda la red de transporte urbano al mismo tiempo lo que nosotros lo llamaremos complejidad sistémica, del sistema de transporte en particular del STPUP.

2.2. EL EQUILIBRIO Y SUS DIVERSOS TIPOS EN LOS MERCADOS

Tratemos de reflexionar en la visión clásica de un mercado económico de un determinado bien, en condiciones perfectamente competitivas donde se considera dos grupos interactuando funcionalmente: Los productores, por un lado y los consumidores por el otro en consecuencia tenemos. El comportamiento de los productores se caracteriza por una función de oferta y el comportamiento de los consumidores por una función demanda.

La función de oferta expresa la cantidad de productos que los productores de estos producen en función del precio del producto. Para que la función oferta sea rentable esta debe de ser creciente es decir a un aumento de los precios debe de aumentar la cantidad producida, en otras palabras se debe tener la siguiente grafica,

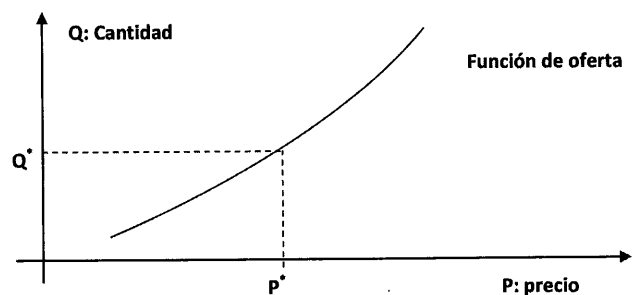


Gráfico N° 01. Representación de la función Oferta.

La función demanda describe el comportamiento agregado de los consumidores relacionando la cantidad consumida y sus precios, teniendo en consideración que cuando los precios aumentan, la cantidad consumida disminuye, en este caso es una función decreciente, teniendo la siguiente grafica.

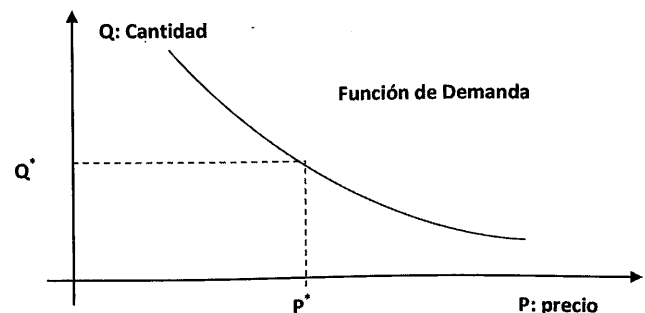


Gráfico N° 02. Representación de la Función Demanda

Una representación simple de estas dos funciones en un mismo sistema de coordenadas tenemos.

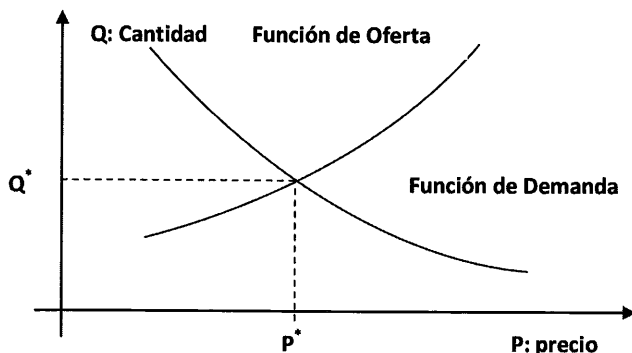


Gráfico N° 03. Representación de la Función Demanda y Oferta en un solo sistema.

En la última figura, el punto de intersección de las dos curvas es caracterizado como el punto del equilibrio del mercado, de precio P^* , y la cantidad producida Q^* , es decir es el punto donde el precio de los productos es justamente igual a la cantidad producida y consumida. Si el Precio del producto es mayor que P^* , en este caso la cantidad producida es mayor que la cantidad consumida. Observemos el siguiente esquema gráfico.

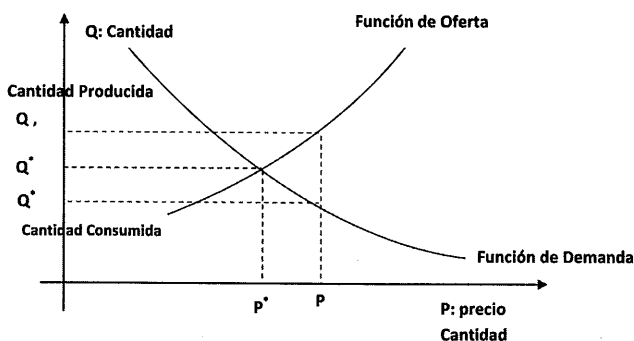


Gráfico N° 04. Representación cuando el precio es mayor que el precio de equilibrio

Debemos resaltar que tal fenómeno de desequilibrio no puede sostenerse ya que el producto no se vende y todos los inventarios crecerán indefinidamente y, los precios tarde o temprano caerán y en consecuencia el consumo se incrementará.

En el otro caso si el precio es menor que P^* la cantidad demanda es mayor que la cantidad producida siendo su representación gráfica la siguiente:

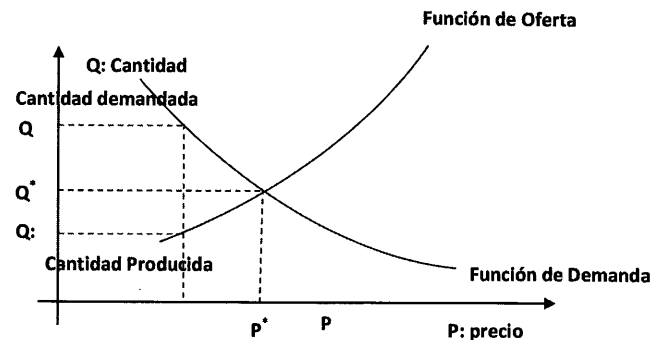


Gráfico N° 05. Representación cuando el precio es menor que el precio de equilibrio

En esta situación es otra vez, inestable ya que los productores tratarán de aumentar los precios, con el fin de captar la voluntad de los consumidores a pagar más. Estos incrementos de precios conducirán a una mayor producción y menor cantidad demandada. Por lo tanto, si los precios son inferiores o superiores a P^* , las fuerzas del mercado tienden a empujar al precio hacia su nivel de “equilibrio del mercado”. En este momento el precio se mantendrá estable y por lo tanto el punto (P^*, Q^*) se conoce como el punto de equilibrio.

Debemos tener presente que el precio monetario de un producto no siempre es el único determinante de la cantidad consumida. Los productos pueden ser caracterizados por muchos atributos que influyen en el consumo. Además, parte de estas características no son fijas, sino más bien son una función de la cantidad consumida.

Consideremos por ejemplo la demanda de gasolina en una cierta estación de gas. Cuanto menor sea el precio de la gasolina en esta estación, grande es el número de conductores que quieren comprar la gasolina allí. Como el número de clientes va a crecer, aparece una cola y los clientes tendrán que esperar en línea. En este punto, el número de nuevos clientes se ve influenciada por dos elementos: el precio y el tiempo de espera. El operador de la estación sólo puede ajustar el precio. Por un precio dado, el volumen de ventas se ve determinado por factores: El tiempo de espera, que está influida por el número de clientes en la cola, y la disposición de los clientes que esperan, que son los que determina la demanda de gasolina.

Para un precio dado de la gasolina, y considerando el precio y el tiempo de espera en otras estaciones de gasolina el área está fijado y conocido, en este caso la situación puede ser caracterizada por dos funciones:

La primera la función de demanda con relación a la llegada de los clientes con su tasa de demora, en otras palabras, dado el número de clientes de llegada a la estación por una unidad de tiempo como una función de tiempo de espera.

La segunda función relacionada al tiempo de espera por una razón de arribo de los clientes. Esta segunda función, a diferencia de una función de oferta, no refleja el comportamiento de cualquier agente económico. Por el contrario, representa el fenómeno meramente físico, que en este caso, es el retraso asociado con cola. Esta función se denomina función de rendimiento. A diferencia de las funciones de oferta y la demanda, la función de rendimiento no tiene el precio o cualquier otro servicio característico, como estos argumentos, y no dan la cantidad consumida o producida. En su lugar, estos argumentos son la cantidad consumida o la tasa de llegada en el caso de nuestro ejemplo y le da la característica de servicio que en este caso es el retraso.

La reflexión anterior se esquematiza de la siguiente manera,

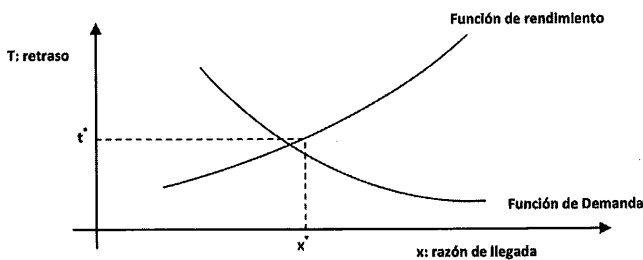


Gráfico N° 06. Representación de la función de rendimiento y demanda

Esta figura representa una curva de rendimiento hipotético que muestra cómo el retardo, t , aumenta con la tasa de llegada, x . La figura representa también la curva demanda que muestra la razón de llegada asociado con cualquier retraso dado, tiene una interpretación similar a la Grafica N°3. En donde el punto de equilibrio será (x^*, t^*) de manera análoga a las reflexiones anteriores nos inducirán a dos situaciones uno cuando x es menor que x^* y la otra cuando x es mayor que x^* , en otras palabras tendremos,

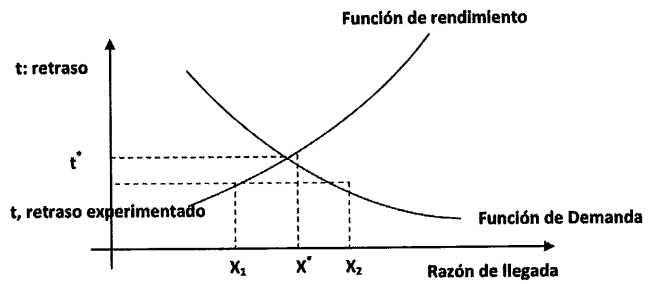


Gráfico N° 07 Representación de la función de rendimiento y demanda para diferentes x con relación a x^* .

Tenga en cuenta que la función de demanda dada en el gráfico N° 07 es válida sólo cuando todo lo demás es fijo, tales como: el precio, número de surtidores, la demora en otras estaciones, etc. Ahí la demanda está en función del precio y de la tardanza, el cambio en el precio puede mostrar como la diferencia de la función demanda en la razón de llegada / retraso de espacio.

La curva de demanda asociada a un precio más alto está representada por la línea punteada en la siguiente figura.

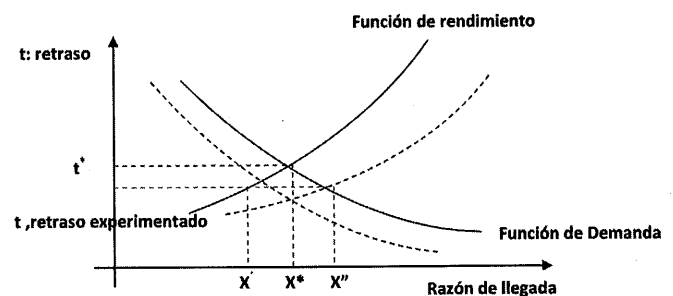


Gráfico N° 08. Representación de la función de rendimiento y demanda para diferentes precios y retrasos. X' , X'' , con relación a x^* .

Observemos que los atrasos asociados con cada razón de llegada es similar y la cantidad de equilibrio x'' puede ser mayor que x^* , tal como se esperaba. La economía de la operación de la estación de gas todavía puede ser analizado en el marco del equilibrio oferta / demanda. En este caso la función demanda dada por la cantidad de consumidores o los clientes en razón de llegadas como la función de precios y retrasos. Una función de oferta es dada por el precio cobrado por el operador en función de la cantidad consumida. Este equilibrio de oferta / demanda, sin

embargo, no se puede resolver de forma aislada por que el retraso depende de la tasa de llegada.

Las interrelaciones de estos últimos se dan por una función de rendimiento. Un análisis económico completo utiliza las tres funciones para resolver, al mismo tiempo, la tasa de llegada, el retraso y el precio. El análisis de la demanda / rendimiento indicados en los párrafos precedentes supone que el precio es fijo y conocido.

Este ejemplo demuestra claramente la diferencia entre el equilibrio de una oferta / demanda y rendimiento / demanda. En esencia el análisis de rendimiento / demanda está limitado por considerar fijado algunas variables en el problema.

3. REPRESENTACIÓN DE UNA RED EN UN SISTEMA DE TRANSPORTE PÚBLICO URBANO DE PASAJEROS

El termino red “network” es comúnmente usado para describir una estructura que puede ser físico es decir calles, intersecciones de calles o líneas de teléfono y cambios, etc. O también conceptual como líneas de información y persona, interrelación de afiliados y estaciones de televisión, etc. Cada una de esas redes incluye dos elementos: un conjunto de puntos y un conjunto de líneas conectando a esos puntos. Estas observaciones nos llevan a la definición matemática de una red como un conjunto de nodos o vértices o puntos, y un conjunto de arcos o bordes, conectando esos nodos, gráficamente tenemos:

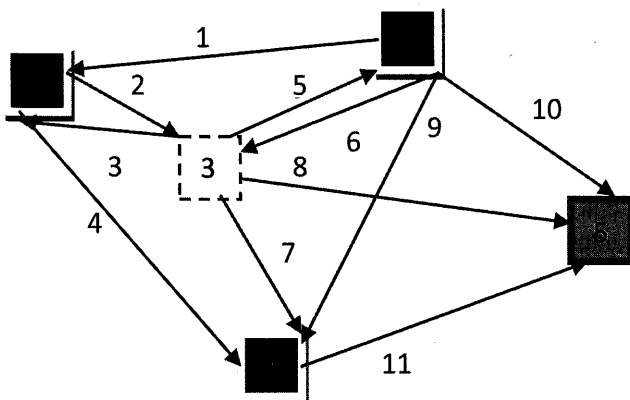


Gráfico N° 09 Representación de una red de transporte con 5 nodos conectados por once arcos.

La red de transporte urbano anterior tiene cinco nodos que pueden ser intersecciones de calles, ciudades, etc. Y once arcos que pueden ser las calles, vías, etc. Debemos destacar que a cada arco se encuentra asociada una dirección de flujo, por ejemplo el arco once representa el flujo desde el nodo cuatro al nodo cinco.

En cada arco de la red se encuentra asociado típicamente con alguna impedancia que afecta al flujo utilizado, debemos tener en consideración que formalmente la diferencia entre una red y un grafo es que a los arcos de una red se le asocia impedancias y a los arcos de los grafos no, pues solo representan conexiones o direcciones.

Las unidades de medidas de las impedancias dependen de la naturaleza de la red y de los flujos en el arco. La impedancia puede representar resistencia eléctrica, tiempo, costos, utilidad sobre cualquier otra medida de relevancia. Cuando el flujo considera gente, entonces se utiliza el término de nivel de servicio en lugar de impedancia.

Estos términos son lo contrario de sí, es decir, el nivel de servicio es igual a la impedancia menos. Enlaces sólo se puede asociar con una impedancia. Los nodos representan simplemente la intersección de los enlaces y no están asociados con cualquier impedancia al flujo.

Una ruta es una secuencia de arcos conectados desde un punto a otro. La impedancia a lo largo de una ruta es la suma de las impedancias en cada arco, así mismo cada nodo puede ser conectado por más de una ruta, que pueden ser cortas o largas. En nuestro ejemplo las rutas 1, 3, 2, 5 o 1, 3, 5, etc.

4. LA REPRESENTACIÓN DE LA RED VIAL URBANA

El objetivo de este ítem es el transporte urbano. Donde la red de carreteras en una zona urbana incluye las intersecciones y calles por las que los flujos de tráfico circulan. Esos elementos pueden ser trasladados naturalmente dentro una estructura de nodos y arcos. Para representar la impedancia es decir cualquier medida asociado con los arcos que puede ser diferente al flujo. Una medida relevante para la representación de las calles urbanas, es el tiempo de viaje en las calles. Esta medida de impedancia es analizada en detalle en otro ítem.

La representación gráfica de una red física no es única. En otras palabras ahí hay muchas redes que pueden ser usadas para representar alguna estructura física. Por ejemplo consideremos la siguiente red.

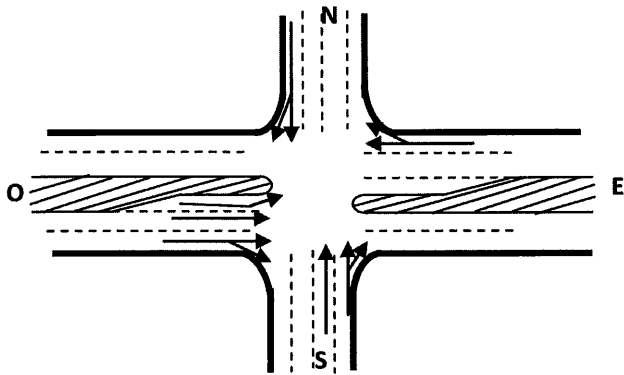


Gráfico N° 10. Representación de una intersección de calles de una red de transporte.

La intersección anterior puede representar simple un nodo con las calles que se entrecruzan de NS, OE y desde él representados por los enlaces conectados a ese nodo, como se muestra en la Gráfico N° 11. Note que las dos calles son representadas por dos arcos con direcciones opuestas en la Gráfico N° 12, La impedancia sobre los arcos de entrada en la intersección representa la dirección de tardanzas como el tiempo de viaje a lo largo de los enfoques de las calles.

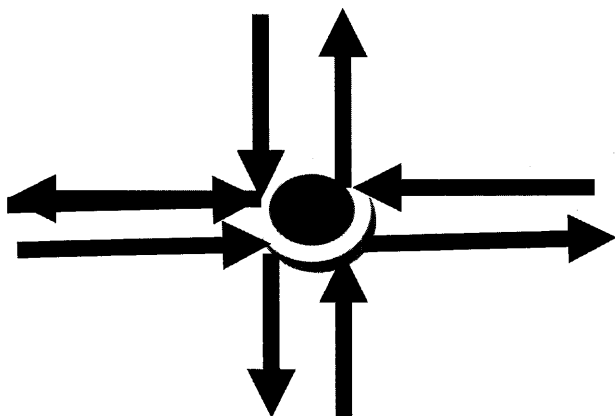


Gráfico N° 11. Representación gráfica de una intersección de calles de una red de transporte.

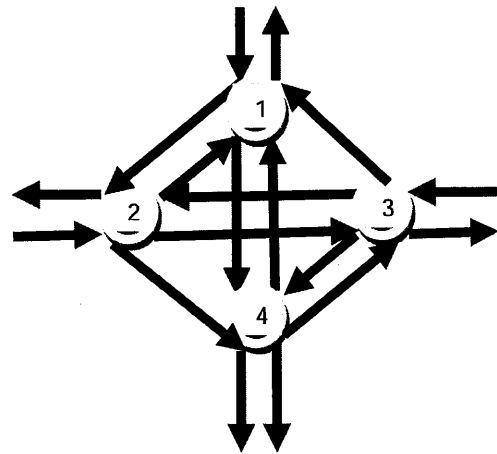


Gráfico N° 12. Representación gráfica de una intersección de calles con sus impedancias de transporte más elaboradas.

La impedancia en los enlaces de salida representa el tiempo de viaje en las calles en esa dirección y el retraso en la intersección de abajo.

Los inconvenientes de la representación son dos:

En primer lugar, no puede ser usado para representar las restricciones de giro.

En segundo lugar. Se supone que todo el flujo de entrada a la intersección de una dirección particular experimenta el tiempo de viaje igual, independientemente de donde este está destinado.

Claramente las direcciones a la derecha son más fáciles de ejecutar que los movimientos directos internos que, a su vez, son más fáciles de ejecutar que giros a la izquierda. Estas demoras diferentes pueden ser explicadas por una representación más elaborada de la misma intersección, como se muestra en la Gráfica N° 12.

En esta figura la representación de un único nodo de la intersección es remplazada por una red de cuatro nodos y diez enlaces. Cada movimiento permitido a través de la intersección está representado por un enlace separado, debemos observar que el grafo no es completamente simétrico debido a la falta de giro a la izquierda desde el norte y sur de la intersección en análisis. En esta representación, cada movimiento en la intersección puede ser asociado con una propiedad de retraso, de 3 a 4, por ejemplo puede ser asociado

con un movimiento de atraso a la izquierda que puede ser experimentado por el flujo de tráfico del análisis del cruce en el cono sur.

Enlace 3-1, por el contrario, representará a la maniobra de giro de la derecha para los flujos desde el este hacia el norte, con su retraso correspondiente. En esta representación los enlaces que conducen a la intersección se asocian únicamente con el tiempo de viaje en los accesos de entrada y no con la intersección de retraso en sí. El retraso de intersección es capturado por los enlaces que unen los cuatro nodos en la figura.

5. REPRESENTACIÓN DE LA RED DE TRÁNSITO

El movimiento de tráfico de vehículos por las calles e intersecciones no es el único flujo en el área urbana, en esta oportunidad se analiza el flujo de pasajeros en tránsito también. Un tránsito en el arco puede ser representado por una simple red lineal en que las estaciones de tránsito o ómnibus parados son representados por nodos y la distancia entre cada estación o nodo por los enlaces. Cada grafo esta mostrado en la Gráfico N° 13.

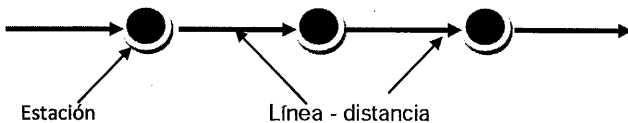


Gráfico N° 13. Representación gráfica de las estaciones de tránsito y los arcos de una red de tránsito.

La impedancia en cada uno de los enlaces de esta red se encuentra “en el - vehículo” elementos como des utilidad de viaje, representado como el tiempo de viaje. Otras medidas que no están asociados con los viajes en el vehículo de transporte, sin embargo, estos también se incluyen, sirviendo también como la impedancia de viaje.

Por ejemplo los tiempos de espera en la estación y la tarifa cobrada. Además, la estación de tránsito puede estar ubicada lejos de su destino actual, lo que requeriría viajar a pie desde el punto de aterrizaje para el nodo destino.

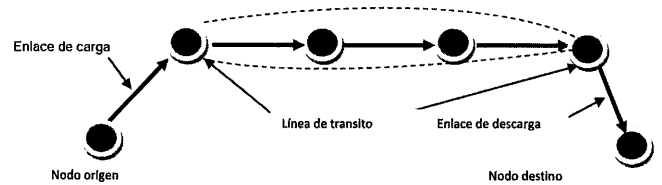


Gráfico N° 14. Representación gráfica de las estaciones de una línea de tránsito y sus arcos de carga y descarga.

La Gráfico N° 14, representa la red de tránsito relacionado con el flujo entre un nodo origen a un nodo destino particular. El enlace de carga, en esta figura está asociado con el tiempo de espera y tarifa, Mientras que el enlace de descarga se encuentra asociado al tiempo de caminata.

Debemos observar que, para que los distintos tipos de enlaces sean compatibles entre sí, la impedancia en todos los enlaces de la red tiene que ser expresado en algunas unidades. Si este no fuera el caso, la impedancia de un camino no se pudo calcular.

Una representación completa de una red de tránsito puede incluir no solamente enlaces de carga y descarga si no también lazos de transferencia. La impedancia sobre cada uno de los enlaces puede ser asociado con la línea de transferencia de carga que puede ser menor que la tarifa asociada al viaje y el tiempo de espera en los puntos de transferencia.

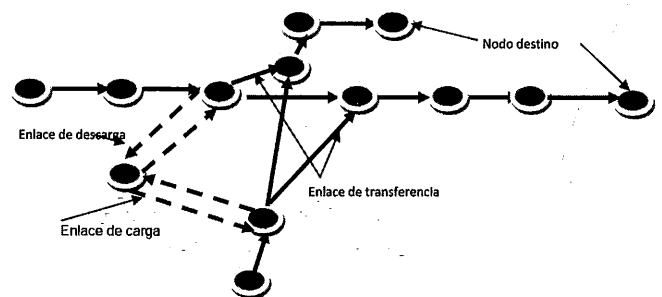


Gráfico N° 15. Representación gráfica de la red, de una estación de tránsito sirviendo a dos líneas de Oeste a Este y de Sur a Norte.

Gráfico N° 15. Representa la grafica de la red, de una estación de tránsito sirviendo a dos líneas de Oeste a Este y de Sur a Norte. La estación está representado por cuatro nodos 1, 2,3, y 4. Los enlaces 3 → 1 y 2 → 4 representan la continuación de un viaje sobre alguna línea y están por lo tanto

asociados con una impedancia cero, debemos notar que el total de cuatro nodos representan alguna facilidad física.

Los lasos o arcos $3 \rightarrow 4$ y $2 \rightarrow 1$, representan los momentos de transferencia entre dos líneas, la impedancia sobre estos dos enlaces incluye los costos de transferencia y las tardanzas expresadas en unidades apropiadas.

En este sistema el nodo cinco representa una fuente origen y una fuente destino de los viajes. Este tipo de nodos están conectados a ambas líneas de tránsito por los lazos de carga y descarga. Este representa un conjunto de viajes que se originan y que llegan donde está localizado una vecindad de esta estación de transferencia cada nodo origen/destino son conocidos como centroide.

6. CENTROIDES Y CONECTORES

El proceso de planeamiento de transporte para áreas urbanas se encuentra típicamente basado sobre una partición de la zona en las zonas de tráfico. Donde el tamaño de cada zona de tráfico puede variar desde un bloque de ciudad hasta a todo un barrio o una ciudad de la zona urbana. El número de zonas de tráfico puede variar desde varias docenas a miles de zonas.

Cada zona de tráfico es representado por un nodo que es conocido como un "centroide", este nombre proviene de colocar en la práctica el nodo en el centro geométrico de gravedad de la zona de tráfico. La representación de la red de transporte de una área urbana incluye muchos otros nodos que representan intersecciones con las características antes mencionadas: paradas de ómnibus y otras facilidades de transporte.

Los centroides, sin embargo, son los nodos de origen y destino de tráfico es decir es donde se origina el tráfico y donde el tráfico llega. Una vez que el conjunto de centroides es definido, los momentos que se desee a través de una red urbana puede ser expresa como matriz origen - destino, Esta matriz especifica el flujo entre cualquier centroide origen y cualquier centroide destino en la red de transporte.

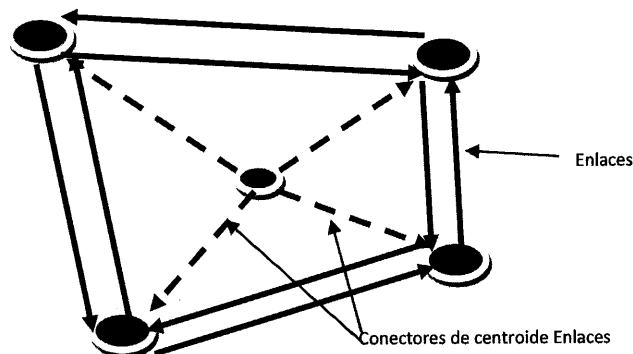


Gráfico N° 16. Representación de una zona de tráfico que está compuesta por cuatro calles de dos vías.

Debemos resaltar que el nodo ubicado en el medio de la Gráfico N° 16 es el centroide, este se encuentra conectado al camino de la red de transporte por los enlaces llamados conectores de centroides, también se les llama conectores ficticios "dummy links". El centroide muestra en la figura el origen de un viaje y por lo tanto, todos los conectores están dirigidos al centro de gravedad y en los nodos de la red vial. Conectores dirigido hacia el centro de gravedad se añadiría si el viaje puede terminar en el centro de gravedad.

Cada centroide representa una conjunto de todos los actuales orígenes y todos los actuales destinos es la zona de tráfico. Los conectores de centroides representa la ubicación de de las calles en la red dentro una zona de tráfico. Si el origen actual y los destinos son uniformemente distribuidos en la zona de tráfico, los conectores pueden ser asociados con el tiempo de viaje entre el centroide geométrico de cada zona y los nodos correspondientes. Si la distribución del origen y los puntos destinos no son uniformes el conector del tiempo de viaje debe ser sopesado.

Los centroides pueden ser conectados directamente a los nodos que son parte de la red de transporte. En este caso, los conectores representan los enlaces de carga y descarga como se muestra en la figura N0 15. La impedancia sobre el centroide de carga, conector representante del tiempo esperado de camino a la estación y la tarifa del tránsito. La impedancia sobre los conectores de descarga puede representar el tiempo de camino desde la estación de tránsito a los centroides.

El nivel de detalle de cada área urbana, está representado y determinado en gran parte, por el tamaño de las zonas de tráfico. El análisis de los flujos en el área urbana no es el centro en los flujos dentro de cada zona de tráfico; el centroide y los conectores de centroides tienen que asegurar que los flujos entre de tráfico es aproximadamente correctas. Si el flujo entre una cierta zona es de interés para el analista de transporte, la zona bajo consideración la zona puede ser dividido en zonas más pequeñas y el camino de la red entre esas zonas explícitamente modeladas, cada detalle del análisis es probable que sea más preciso. Sus costos, sin embargo, incluye ambos análisis directos de costos y los datos recolectados de los costos, crecer dramáticamente a medida que el número de zonas de tráfico y el tamaño del incremento de la red. El tamaño de la red de transporte de análisis generalmente es determinado por la relación comercial entre la precisión requerida y el presupuesto disponible.

De manera análoga que el anterior se aplica para los niveles de detalle para los caminos de la red que son determinados. Esto es importante para mostrar todo lo mejor de las calles y arterias, resaltando que pequeñas calles pueden no estar representadas en todo el sistema. En realidad el tema de la representación de la red de transportes es tanto un arte como una ciencia, que requiere práctica y la experiencia con el fin de llevarlo a cabo con éxito.

7. FUNCIONES DE RENDIMIENTO

La impedancia del viaje, o nivel de servicio, asociado con la representación de los enlaces de una red urbana puede incluir muchos componentes reflejando el tiempo de viaje, satisfacción, costo de viaje, estabilidad de flujo, etc. El componente primario de esta impedancia, sin embargo es el tiempo de viaje que se utiliza a menudo como la única medida de una impedancia de enlace. Las razones para usar el tiempo de viaje en este contexto son tres: En primer lugar, los estudios empíricos parecen indicar que se trata de un deferente principal para el flujo. En segundo lugar, casi todas las demás medidas posibles de la impedancia de los viajes están muy correlacionadas con el tiempo de viaje y por lo tanto presentan las mismas tendencias. En tercer lugar, es más fácil de medir que muchos de los otros componentes posibles de impedancia.

Debemos decir que la impedancia generalizada puede combinarse con una diversidad de otras medidas, sin embargo es usado en términos de tiempo de viaje, para nosotros en adelante se usará así como tiempo de viaje resultado de una combinación. Además, la medida de la impedancia se considera en otras partes de la red urbana como una expresión explícita. Por ejemplo la medida apropiada de la impedancia para los enlaces en una red de tránsito es el tiempo de tránsito de los vehículos, tiempo de espera, tarifa, etc. Para ser compatible con la impedancia sobre el tráfico llevado en los enlaces de una red urbana, estas medidas de impedancia debe ser expresado en unidades de tiempo de viajes, los coeficientes puede ser las raíces del número de viajeros sin embargo esto no es en general más adelante discutiremos de manera más detallada.

Como ya mencionamos anteriormente el nivel de servicio o impedancia ofrecido por una diversidad de sistemas de transporte se encuentra en función del uso de esos sistemas. Debido al congestionamiento, al tiempo de viaje en las calles urbanas e intersecciones, están incrementando la función del flujo. Consecuentemente los enlaces que representan la red urbana se encuentran cada uno asociado con la función de rendimiento en función de la medida del tiempo de viaje constituyendo la función de impedancia generalizada.

La función de impedancia generalizada típica para un análisis de una red con intersecciones señalizadas, lo mostramos en la siguiente figura.

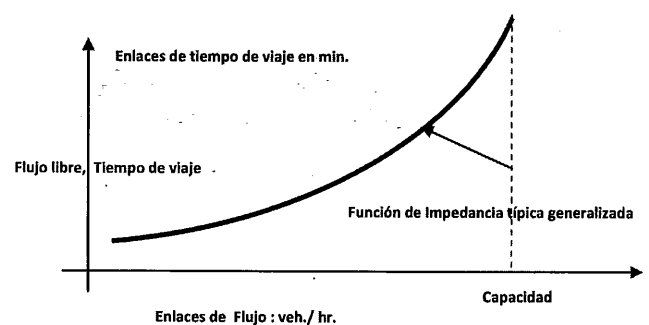


Gráfico N° 17. Representación de la función de impedancia generalizada.

Esta función de impedancia considera tanto el tiempo empleado en viajar y el retraso en la intersección corriente abajo. La forma de la curva que observa en la figura es típica de las funciones de impedancia para enlaces representando las componentes de la red de transporte.

Cuando el flujo de tránsito es cero en este caso el tiempo de viaje se le conoce como el tiempo de flujo de viajes gratis. En este punto, un automóvil que viaja no se retrasa debido a la intersección con cualquier otro coche en movimiento a lo largo del enlace. La única demora aquí es el asociado con el fenómeno de atravesar el enlace y la demora esperada asociada con la probabilidad de alcanzar un semáforo en rojo. En los aumentos de flujo, el tiempo de viaje aumenta mono tónicamente ya que tanto el tiempo de viaje a lo largo de los aumentos de aproximación es debido a la densidad de tráfico superior y los aumentos de retardo de intersección es a causa de la formación de colas con el flujo.

Debemos decir que la característica de la función de rendimiento es ser asintótica a un cierto nivel de flujo conocido como la capacidad del transporte bajo ciertas condiciones. La capacidad es el máximo que puede ir a través de cualquier instalación de transporte. La función de rendimiento no está definida para valores más altos de flujo, ya que dichos flujos no pueden ser observados. Cuando el flujo se aproxima a la capacidad, la cola en la intersección comenzará a crecer, tapando las intersecciones de aguas arriba y, finalmente, causando el tráfico para llegar a su fin.

La forma general de la función de rendimiento es similar para los enlaces que representan a la mayoría de los tipos de calles urbanas. Las características físicas de cada calle (por ejemplo, longitud, anchura, las restricciones de estacionamiento, las vueltas de giro, o el tiempo de la señal verde) determinarán los parámetros exactos de la función de cada calle.

Los conectores de centroides son típicamente modelados como el tiempo de viaje fijo en los enlaces. En otras palabras, el tiempo de viaje sobre los conectores no varía con el flujo, ya que estos vínculos representan una red local de la calle en todas partes y no una facilidad particular. De manera similar, en la carga y descarga los enlaces representan el tiempo y los componentes de costos que no varían con el flujo.

Finalmente es preciso recordar que la red física y su representación gráfica no tienen que ser similares,

pues los enlaces son utilizados para representar una diversidad de movimientos como lo que corresponde a movimientos no físicos es decir como aspectos imaginarios.

8. EQUILIBRIO SOBRE UNA RED EN UN SISTEMA DE TRANSPORTE PÚBLICO URBANO DE PASAJEROS.

La noción de equilibrio en el análisis de un sistema de transporte urbano considerando la dependencia del enlace del tiempo de viaje sobre el arco de flujo. Consideramos que el número de choferes que desean viajar entre un punto origen y un punto de destino es conocido. Sin embargo debemos asumir que son conectados por varias rutas posibles. La pregunta que nos interesa aquí es cómo estos conductores se distribuirán entre los caminos posibles. Si todos ellos iban a tomar el mismo camino (que inicialmente puede ser la más corta en términos de tiempo de viaje), la congestión se desarrolla en él. Como resultado, el tiempo de viaje en este camino puede ser más alto y que ya no puede ser el camino de desplazamiento de tiempo mínimo. Algunos de estos conductores a continuación, debe utilizar una ruta alternativa. La ruta alternativa puede, sin embargo, también ser congestionado, y así sucesivamente.

La determinación de los flujos sobre cada una de esas rutas involucra una solución de la demanda / problema en equilibrio de rendimiento. El flujo sobre cada arco o enlace es la suma de los flujos sobre las múltiples rutas entre muchos orígenes y destinos. Una función de rendimiento es determinado independientemente para cada enlace, relacionando los tiempos de viajes y su flujo. La demanda por viajes se encuentra arraigado en los choferes y no definido por separado para cada enlace. En su lugar, se especifica cómo los conductores eligen entre los caminos alternativos que conectan cada origen y destino (O-D) par. Esta dicotomía en la definición del rendimiento y las Funciones de la demanda le da a este análisis de equilibrio de rendimiento / demanda de su "sistema" natural. En otras palabras, es por eso que ningún par destino de enlace, la ruta o el origen pueden ser analizados de forma aislada.

En esta oportunidad nos centramos a reflexionar sobre la manera de selección de la ruta y lo asociamos con la definición de equilibrio.

9. REFLEXIONES SOBRE EQUILIBRIO EN EL SISTEMA DE TRANSPORTE

En esta oportunidad reflexionaremos sobre una variedad de problemas de equilibrio de una red de transporte urbano en la que incluye tanto el tránsito y el modo de automóvil y considera varias decisiones de posibles viajes. El problema básico, sin embargo, es presentado para un caso simplificado, incluyendo una representación solo de flujo de automóviles. En la elección de viaje sólo se examina la elección de los choferes la ruta entre su origen y su destino. Este problema se puede expresar de la siguiente manera:

Considerando:

1. Dado una representación gráfica de una red de transporte urbano,
2. Dada una función de rendimiento asociado a los enlaces,
3. Dado una matriz origen destino.

Encontrar:

El flujo (y el tiempo de viaje) sobre cada enlace de la red de tránsito.

Este problema se conoce como el de asignación de tráfico ya que la cuestión es cómo asignar la matriz O - D en la red de transporte. Los flujos de enlace resultantes se utilizan para calcular una serie de medidas que pueden ser utilizados, a su vez, para evaluar la red. Los diseños particulares de infraestructura de transporte o la política de control de transporte que suelen entrar en el análisis a través de la especificación de la propia red y la función de rendimiento.

Con la finalidad de resolver el problema de asignación de tráfico de transporte para ello se requiere la regla como los choferes seleccionan la ruta. Como se ha explicado anteriormente, esta regla puede ser vista como la función o procedimiento que especifica la demanda de viajes sobre las rutas. La interacción entre las rutas elegidas entre todos pares O - D por un lado, y las funciones de rendimiento en todos los enlaces de red en el otro lado, determina los flujos de equilibrio y los tiempos correspondientes de viajes en toda la red.

Es razonable suponer que todos los automovilistas o choferes tratan de minimizar su

tiempo de viaje propio cuando se viaja desde su origen hasta su destino. Como se explicó anteriormente, esto no significa que todos los viajeros entre cada par de origen y de destino debe ser asignado a un solo camino. El tiempo de viaje sobre cada enlace cambia con el flujo y por lo tanto, el tiempo de viaje en varios de los cambios de rutas de red como el cambio de los flujos de enlace. **Debemos resaltar que una condición estable se alcanza sólo cuando ningún viajero puede mejorar su tiempo de viaje por cambiar unilateralmente las rutas. Esta es la caracterización de la condición Equilibrio del usuario (UE).** Puesto que los conductores individuales se puede esperar que se comporten de forma independiente, la situación UE asegura que en este momento no hay fuerza que tienda a mover los flujos de salida de la situación de equilibrio. En consecuencia, este punto será estable y, de hecho, un verdadero equilibrio.

El uso de la condición de equilibrio, sin embargo, no es solamente una definición posible de equilibrio. La suposición de que cada conductor elige el viaje en el tiempo mínimo puede ser razonable en algunos casos, pero incluye varias presuposiciones que no siempre pueden generalmente ser asumidas para mantener siquiera aproximadamente. Por ejemplo, la definición de las UE implica que los automovilistas o choferes tiene una gran información en otras palabras ellos conocen el tiempo de viaje sobre las posibles rutas y que ellos consistentemente toman la decisión correcta al seleccionar la ruta. Por otra parte, se asume que todos los individuos son idénticos en su comportamiento. Estas presunciones pueden ser suavizadas haciendo una distinción entre el tiempo de viaje, que los individuos perciben y el tiempo real de viaje. El tiempo de viaje percibida puede ser considerada como una variable de aleatoria distribuido por toda la población de conductores. En otras palabras, cada conductor puede percibir un tiempo de viaje diferente, sobre el mismo enlace de la red.

El Equilibrio se alcanzará cuando ningún viajero crea que su tiempo de viaje se puede mejorar cambiando unilateralmente las rutas. Esta definición caracteriza a la condición del equilibrio estocástico del usuario (SUE).

El uso de la condición de equilibrio estocástico del usuario (SUE) es una generalización del uso de la

definición de equilibrio. Si los tiempos de viaje percibidos que son totalmente exactos, todos los conductores percibe el mismo tiempo de viaje y el uso de las condiciones de equilibrio de usuario estocástico (SUE) será idéntico a las condiciones de equilibrio de usuario determinista (DUE). En otras palabras, los patrones de flujo resultantes de ambos modelos serían idénticos.

Las definiciones de los equilibrios dados anteriormente, no son fáciles de usar de manera operativa para resolver los patrones de flujo de equilibrio. Para ser útiles, las definiciones de equilibrio se puede caracterizar y formular matemáticamente.

Un punto importante, sin embargo, debe ser mencionado aquí en lo que respecta a los dos tipos de equilibrios. La demanda de transporte urbano se deriva del patrón de actividad en el área urbana. El momento y la ubicación de estas actividades significan que la demanda de viajes no es uniforme durante todo el día. El análisis estable del estado de equilibrio del tipo descrito aquí, sin embargo, es aplicable sólo si las corrientes pueden ser consideradas fijas durante el período de análisis. Consecuentemente los planificadores y analistas de los sistemas de transporte urbano para ciertos tipos de periodos como el “pico de la mañana”, “pico de la noche” o “mediodía” que está en función del propósito que se persigue con el análisis. Los flujos de origen destino durante cada uno de esos periodos es considerado como constante y sus estados estacionarios de análisis. Cuanto mayor sea el período de análisis es, menos preciso este supuesto. El período de análisis no puede ser muy pequeño, sin embargo, puesto que cada período tiene que ser apreciablemente mayor que la duración típica de viaje en ese momento.

10. EJEMPLOS SIMPLES DEL USO DE EQUILIBRIO

Consideremos una red de transporte con dos enlaces como se muestra en la siguiente figura.

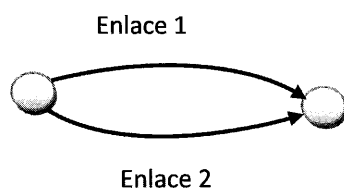


Gráfico N° 18. Representación de una red de transporte con 2 enlaces.

Observemos que esta red representa un par origen destinos conectados por dos rutas alternativas. Representados por t_1 y t_2 de tiempo de viaje sobre el enlace 1 y enlace 2, respectivamente y sean x_1 y x_2 las representaciones del flujo tráfico sobre esos enlaces. El flujo total origen destino es denotado por q donde, $q = x_1 + x_2$

La funciones rendimiento sobre estos enlaces son representados por $t_1(x_1)$ y $t_2(x_2)$ y su representación gráfica es dado en la siguiente figura.

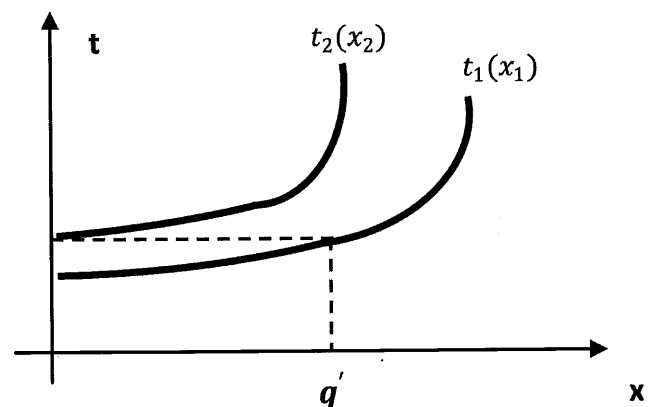


Gráfico N° 19. Representación de las funciones de rendimiento de una red de transporte con 2 enlaces.

Observamos que para cada enlace o arco de la red de transporte la función de rendimiento dado el tiempo de viaje sobre ese enlace como una función del flujo en el enlace.

Consideremos ahora que la razón de viaje entre el origen O y el destino D es muy pequeño. En otras palabras q es muy pequeña. Si todos los automovilistas o choferes están tratando de minimizar sus tempos de viajes, cada uno de los conductores o choferes q debe optar por viajar a través del enlace 1. Como se muestra en la figura, este enlace se encuentra asociado con un menor flujos libre de tiempo de viaje en el enlace 2.

Si (q) es pequeña, el retraso incrementado debido al tráfico en enlace 1 no es suficiente para aumentar el tiempo de viaje en este enlace, incluso hasta el punto donde este sea igual al tiempo de viaje de flujo libre en el enlace 2.

Por lo tanto, todos los conductores q si usan el enlace 1 y nadie van a usar el enlace 2. Esta es una situación de equilibrio, ya que ninguno de los

automovilistas que utilizan el enlace 1 tiene un incentivo para cambiar las rutas para el enlace de más tiempo. Tal es, un equilibrio que se llevará a cabo siempre y cuando $q < q'$ donde q' es el flujo que hace que el tiempo de viaje en el enlace 1 sea igual al tiempo de viaje de flujo libre en el enlace 2. En este punto, un automovilista adicional puede elegir cualquiera de los enlaces. Si el conductor elige el enlace 2 adicional, el tiempo de viaje en el que se incrementará y el conductor elegirá el próximo enlace 1. Si por el contrario, el primero automovilista (por encima de q') elige enlace 1, el siguiente deberá elegir el enlace 2.

Mirando el flujo de tráfico como un flujo continuo, es evidente que más allá del punto $q = q'$, el equilibrio puede mantenerse sólo si el tiempo de viaje en ambos enlaces es igual. Más allá de este punto, ambos enlaces se utilizan, y si los tiempos de viaje no son iguales, algunos de los conductores pueden cambiar de ruta y reducir su tiempo de viaje propio. El proceso de cambio de ruta no se producirá sólo si el tiempo de viaje en ambas rutas es igual, porque los conductores no tienen incentivos para cambiar.

Las dos caracterizaciones de equilibrio que pueden ocurrir en estos dos enlaces, por ejemplo si primero para $q < q'$ y la segunda para $q \geq q'$ dan lugar a una definición operativa de equilibrio de usuario a través de redes de transporte:

La definición de UE:

Para cada par Origen Destino, en el equilibrio del usuario UE, el tiempo de viaje usado sobre todas las rutas es igual, y también menor que o igual al tiempo de viaje que puede ser expresado un simple vehículo sobre cualquier ruta usada.

Esta definición significa que en el equilibrio, los recorridos de conexión de cada par O-D se pueden dividir en dos grupos. El primer grupo incluye las rutas que llevan el flujo. El tiempo de viaje en todos estos caminos será el mismo. El otro grupo incluye caminos que no llevan ningún flujo. El tiempo de viaje en cada uno de estos caminos será al menos tan grande como el tiempo de viaje de las rutas en el primer grupo.

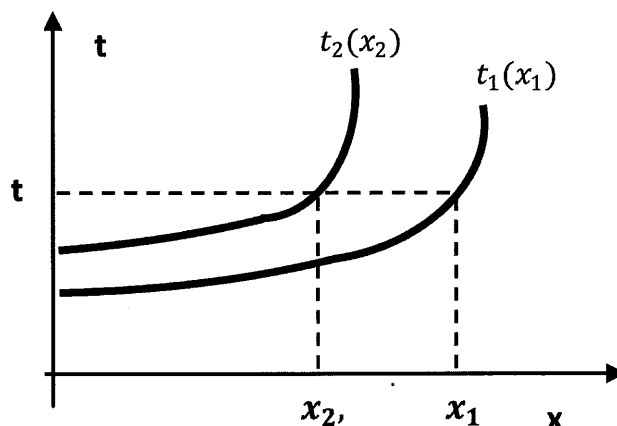


Gráfico N° 20. Representación de las funciones de rendimiento de enlace horizontal dado t en una red de transporte con 2 enlaces.

Usando esta definición, los dos ejemplos de enlaces de la figura No 19 se puede ahora resolver para cualquier valor de q' . La asignación de cualquier cantidad de flujo que es menor que q' es obvio que todo debe ser asignado al enlace 1. El único problema es asegurar que la asignación de tráfico es tal que más allá del punto de $q = q'$, ambos enlaces se asignan a un ritmo que mantenga el tiempo de viaje en estos enlaces iguales. Si el tiempo de viaje de equilibrio, t , entre el origen y el destino es conocido (para el caso en el que $q > q'$), entonces la definición de equilibrio anterior significa que $t = t_1 = t_2$. Consecuentemente, los flujos de los enlaces apropiados pueden ser determinados por las funciones inversas de rendimiento de los enlaces, esto es, $x_1 = t_1^{-1}(t)$ y $x_2 = t_2^{-1}(t)$. Gráficamente, Esta determinación se puede lograr mediante la introducción de las curvas de rendimiento del enlace horizontalmente, dado t , como se muestra en la Figura No 20. Este método es aplicable a cualquier valor de t , incluso los relacionados con $q < q'$. El problema entonces es determinar t .

El equilibrio del tiempo de viaje puede ser determinado creando una nueva curva de rendimiento que represente el tiempo de viaje en el par O-D como una función de flujo en el par O-D. Esta curva puede ser construida con la suposición de las funciones de rendimiento en los enlaces horizontalmente, como se muestra en la figura N° 21.

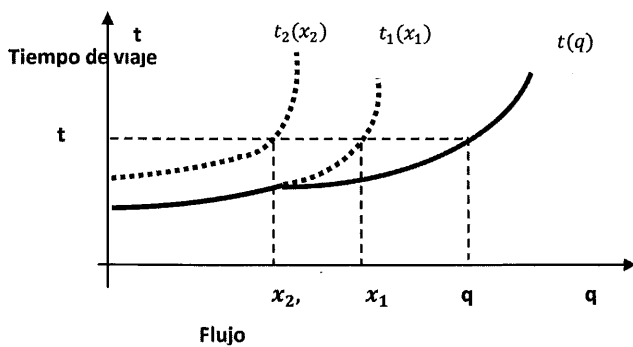


Gráfico N° 21. Representación de las funciones de rendimiento de enlace horizontales en una red de transporte con 2 enlaces.

La curva $t(q)$ en la figura No 21 es una función de rendimiento en el par O-D dado el equilibrio de tiempo de viaje en el par O-D como una función del total flujo en el par O-D. La construcción de la función de rendimiento en el par O-D de esta manera se asegura que para cada valor del tiempo de viaje, el flujo del par O-D es la suma de los flujos sobre los enlaces individuales.

Una vez que estas curvas son construidas el equilibrio del tiempo de viaje puede ser determinado por una simple introducción de esta función con el flujo O-D. Dado el equilibrio de tiempo de viaje, los flujos sobre los arcos individuales pueden ser determinados gráficamente, como se muestra en la figura. Obsérvese que la función de rendimiento del par O-D coincide con la función de rendimiento del enlace 1 para $q \leq q'$.

Esto significa que para $q \leq q'$, el tiempo de viaje de equilibrio puede ser dado por el tiempo de viaje sobre el enlace 1. El tiempo de viaje en el enlace 2 puede ser mayor para este rango de flujo O-D, como se requiere para el uso de la condición de equilibrio.

El método gráfico usado en la solución de estos dos pequeños arcos de la red de transporte de nuestro ejemplo no puede ser usado para resolver grandes redes. En tales redes, el número de caminos que conectan cada par O-D puede ser tan grande que será prohibitivamente caro para enumerar todos ellos, incluso mediante el uso de equipo moderno.

Por otra parte, el flujo que atraviesa por cada uno de los enlaces resulta de la asignación de los viajes entre muchos orígenes y muchos destinos. En consecuencia, como se ha mencionado antes, toda la red tiene que ser resuelto simultáneamente.

11. ESTRUCTURA MATEMÁTICA DEL PROBLEMA DE ASIGNACIÓN EN REDES DE TRANSPORTE

11.1. REFLEXIONES GENERALES

En este ítem nuestra mira estará puesta al sistema asignación de tráfico en una red de transporte o la estructura del problema de equilibrio en la red, teniendo como base la diversidad de comentarios hechos en las dos unidades anteriores, por ejemplo el fenómeno de equilibrio y los flujos en los arcos, dada una razón de viajes origen destino en la red y sus funciones de rendimiento.

La solución a este enigma planteado tiene como base la suposición del comportamiento de cada conductor en el viaje quienes minimizan el tiempo de viaje en su ruta desde su origen hasta su destino.

La regla seleccionada anterior considera que el equilibrio del patrón de flujo en el arco es tal que el tiempo de viaje sobre todas las rutas usadas entre cualquier par O-D será igual; El tiempo de viaje sobre todas las rutas usadas puede también ser menor o igual al tiempo de viaje sobre cualquier ruta usada. Para esos puntos, la red de transporte está en equilibrio del usuario; todo conductor puede experimentar un menor tiempo de viaje para cambiar unilateralmente las rutas.

Anteriormente demostramos como el equilibrio del usuario del patrón de flujo puede ser encontrado para una pequeña red de transporte por el uso de métodos gráficos. Por otro lado, cada método no puede ser usado para resolver redes grandes con muchos pares O-D. El enfoque que consideraremos en esta oportunidad para resolver grandes problemas usaremos el método llamado minimización equivalente. Este enfoque considera la estructura de un programa matemático, la solución del cual es usando el equilibrio del usuario del patrón de flujo. Este enfoque en general es usado en investigación de operaciones, en los casos en los que es más fácil para minimizar el programa equivalente que para resolver un conjunto de condiciones, directamente.

Con la finalidad que la minimización sea útil, el programa matemático equivalente, tiene que tener una única solución, que también satisfaga las condiciones de equilibrio. Por otra parte, el programa tiene que ser relativamente fácil de

resolver. El objetivo central en esta oportunidad es la formulación del programa de minimización equivalente asociado con el problema de asignación de tráfico de equilibrio sus propiedades de estructura, existencia y unicidad de su solución.

11.2. NOTACIONES Y DEFINICIONES

La red de transporte es representado por un grafo dirigido $G(N, A)$ en donde:

N: es un conjunto de nodos numerados consecutivamente.

A: es un conjunto de arcos numerados consecutivamente.

R: es el conjunto de centroides origen, es decir el conjunto de nodos donde se origina el flujo, en otras palabras son nodos generadores.

S: es el conjunto de centroides destinos, es decir el conjunto de nodos donde llega el flujo, en otras palabras son nodos a tractores.

Así mismo $m \rightarrow n$ representa el arco dirigido de origen el nodo m y destino el nodo n . De igual manera se considera que $R \cap S \neq \emptyset$.

K_{rs} : representa el conjunto de pares O-D $r-s$ que están conectados por un conjunto de rutas dentro de la red con r en R y s en S .

q : representa la matriz Origen Destino, en donde q_{rs} es el conjunto de entradas, es decir, q_{rs} es la razón de viaje entre el origen r y destino s durante el periodo de análisis.

x_a : representa el flujo sobre el arco a siendo que a esta en A . así mismo $\bar{x} = (\dots, x_a, \dots)$

t_a : representa el tiempo de viaje sobre el arco a siendo que a esta en A . así mismo $\bar{t} = (\dots, t_a, \dots)$

$t_a = t_a(x_a)$, donde $t_a(\cdot)$ representa la relación entre el flujo y el tiempo de viaje en el arco a . En otras palabras $t_a(x_a)$ representa la función de rendimiento, que también se le llama curva de volumen de retardo o retraso o función de congestamiento.

f_k^{rs} : representa el flujo en la ruta K conectando el origen r y el destino s , así mismo

$$\bar{f}^{r,s} = (\dots, f_k^{r,s}, \dots), \bar{f} = (\dots, \bar{f}^{r,s}, \dots)$$

c_k^{rs} : representa el tiempo de viaje en la ruta K conectando el origen r y el destino s . El tiempo de viaje en particular en la ruta K es la suma de los tiempos en los arcos dentro la ruta. Así mismo

$$\bar{c}^{r,s} = (\dots, c_k^{r,s}, \dots), \text{ y } \bar{c} = (\dots, \bar{c}^{r,s}, \dots)$$

Matemáticamente podemos relacionar:

$$c_k^{rs} = \sum_a t_a * \delta_{a,k}^{rs}, \forall k \in K_{rs}, \forall s \in S, \dots \dots \dots (1.1)$$

En donde

$$\delta_{a,k}^{rs} = \begin{cases} 1, & \text{si el arco } a \text{ es parte de la ruta conectando el par } 0 - D, r - s \\ 0, & \text{en otros casos.} \end{cases}$$

Usando el mismo indicador para la variable, el flujo en el arco puede ser expresado como una función del flujo en la ruta,

$$x_a = \sum_r \sum_s \sum_k f_k^{rs} * \delta_{a,k}^{rs}, \forall a \in A, \dots \dots \dots (1.2)$$

Esta relación matemática nos dice que el flujo sobre cada arco es la suma de los flujos sobre todas las rutas que están dentro de ese arco. Debemos decir que las relaciones (1.1) y (1.2) son conocidos como la relación de incidencia de arco ruta.

11.3. EJEMPLIFICACIÓN

Veamos un ejemplo sobre el uso de la relación de incidencia; supongamos la siguiente red de transporte,

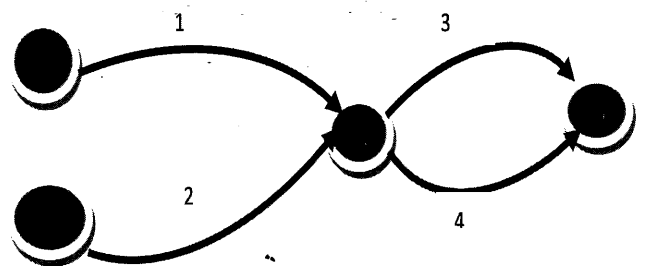


Gráfico No 22. Representación de una red simple de transportes

Esta figura N° 22 considera dos pares O-D: 1-4 y 2-4, observamos que el nodo tres no es nodo origen ni nodo destino. Los números de arco están escritos sobre cada arco. Consideremos la primera ruta es desde el nodo 1 al nodo destino 4, teniendo como arcos 1 y 3, y el segundo usa los arcos 1 y 4, de manera similar la primer ruta desde el origen 2 va al nodo destino 4, usando los arcos 2 y 3, y la segunda usa los arcos 2 y 4.

$$\delta_{1,1}^{14} = 1, \text{ el arco 1 es parte de la ruta 1 desde el nodo 1 al nodo 4,}$$

$$\delta_{3,2}^{24} = 0, \text{ el arco 3 no es parte de la ruta 2 desde el nodo 2 al nodo 4,}$$

La relación de incidencia para el ejemplo tenemos:

$$c_k^{rs} = \sum_a t_a * \delta_{a,k}^{rs}, \forall k \in K_{rs}, \forall s \in S,$$

$$c_1^{14} = t_1 * \delta_{1,1}^{14} + t_2 * \delta_{1,2}^{14} + t_3 * \delta_{1,3}^{14} + t_4 * \delta_{1,4}^{14},$$

$$c_1^{14} = t_1 + t_3,$$

Como observamos la relación (1.1) nos permite expresar el tiempo total viaje en la ruta 1 - 4 como la suma de los tiempos de viajes sobre sus arcos que corresponde a la ruta.

De manera similar aplicamos (1.2) para determinar el flujo total para la correspondiente ruta 1 - 4.

$$x_a = \sum_r \sum_s \sum_k f_k^{rs} * \delta_{a,k}^{rs}, \forall a \in A,$$

$$x_3 = f_1^{1,4} * \delta_{3,4}^{14} + f_2^{1,4} * \delta_{3,2}^{14} + f_1^{2,4} * \delta_{3,1}^{24} + f_2^{2,4} * \delta_{3,2}^{24},$$

$$x_3 = f_1^{1,4} + f_2^{2,4},$$

La matriz incidencia se escribe de la siguiente manera:

		rutas(1 - 4), (2 - 4)			
		1	1	0	0
arcos		0	0	1	1
		1	0	1	0
		0	1	0	1

Como observamos las relaciones (1.2) y (1.1) son idénticas en términos para especificar las relaciones entre flujos y el tiempo de viaje para la red de transporte.

11.4. PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA DE ASIGNACIÓN DE EQUILIBRIO

El problema de asignación de equilibrio se define para los flujos en los arcos, \bar{x} , satisfaciendo el criterio del equilibrio del usuario en donde todos orígenes - destinos entradas, \bar{q} es asignado adecuadamente. Este patrón de flujos del arco se puede obtener resolviendo el siguiente programa matemático.

$$\min: z(\bar{x}) = \sum_a \int_0^{x_a} t_a(w) dw, \dots \dots \dots (1.3)$$

Sujeto a:

$$\sum_k f_k^{r,s} = q_{rs}; \forall r, s, \dots \dots \dots (1.4)$$

$$f_k^{rs} \geq 0; \forall k, r, s \dots \dots \dots (1.5)$$

$$x_a = \sum_r \sum_s \sum_k f_k^{r,s} * \delta_{a,k}^{r,s}; \forall a \dots \dots \dots (1.6)$$

En esta formulación matemática, la función objetivo es la suma de las integrales de las funciones de rendimiento. Esta función no tiene ningún tipo de interpretación intuitiva económico o de comportamiento. Se debe considerar estrictamente como una construcción matemática que se utiliza para resolver problemas de equilibrio.

La relación (1.5) representa la restricción de flujo, estas restricciones representan el estado del flujo en todas las rutas conectando el par origen destino que es igual a la razón del viaje. En otras palabras todas las razones de viaje O-D tienen que ser asignadas en la red de transporte.

La relación (1.6) representa las condiciones de no negatividad que es físicamente significativo. Debem que en la relación (1.3) la función objetivo $z(x)$ es estructurada en términos de los flujos en los arcos y la conservación del flujo en las restricciones son formulados en términos de los flujos de las rutas. La estructura de la red de transporte esta formulado dentro a la definición de la relación de incidencia que se expresa en la relación (1.6), esta relación de incidencia expresa los flujos en los arcos en términos de los flujos de las rutas, en otras palabras $x=x(f)$.

La relación de incidencia también nos permite determinar las derivadas parciales del flujo en los arcos que se define con respecto al flujo de una ruta particular,

$$\frac{\partial x_a(f)}{\partial f_l^{m,n}} = \frac{\partial}{\partial f_l^{m,n}} \sum_r \sum_s \sum_k f_k^{r,s} * \delta_{a,k}^{r,s} = \delta_{a,l}^{m,n} \dots \dots \dots (1.7)$$

Ya que $\frac{\partial f_k^{r,s}}{\partial f_l^{m,n}} = 0$ si $r - s \neq m - n, o, r \neq l$.

En otras palabras la derivada del flujo en el arco "a" con respecto al flujo sobre la ruta "l" entre el origen "m" y destino "n" igual a uno si el arco es parte de la ruta y es cero en caso contrario. Estas relaciones son usadas cuando analicemos las reflexionaremos las condiciones de primer y segundo orden del problema de asignación con equilibrio.

Observemos la importancia de la formulación pues asume que el tiempo de viaje sobre un arco dado esta en función del flujo sobre el arco y no del flujo sobre cualquier otro arco de la red. Esta suposición es algo restrictiva, y lo analizaremos en detalle posteriormente.

Con respecto a la función rendimiento en los arcos es asumido como positivo y crecente. Estas suposiciones concernientes a las curvas de rendimiento son no restrictivas en el sentido que los efectos del congestionamiento descritos por esas funciones exhiben buenas características, como comentamos anteriormente, preciso notar que las curvas son también convexas. Una curva de rendimiento típico es presentada en la figura No. 23.

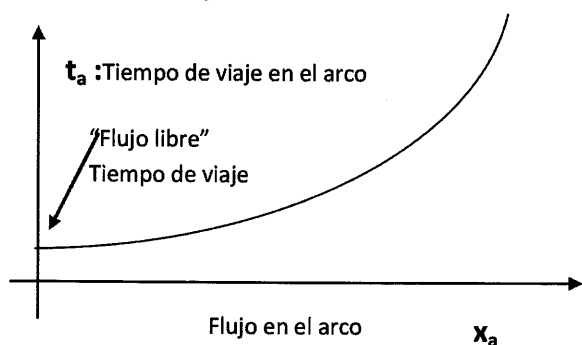


Gráfico. 23. Representación gráfica de una curva de rendimiento típico.

Los comentarios realizados se pueden describir matemáticamente de la siguiente manera:

$$\frac{\partial t_a(x_a)}{\partial x_b} = 0; \quad \forall a \neq b, \dots \dots \dots (1.8)$$

Y

$$\frac{\partial t_a(x_a)}{\partial x_b} > 0; \quad \forall a. \dots \dots \dots (1.9)$$

Debemos decir que la formulación del problema de asignación con equilibrio en (1.3) se conoce como transformación de Beckmann. Esta ha sido evidente en la literatura de transporte desde mediados de los años cincuenta, pero su utilidad se hizo evidente en los años sesenta y principios de los setenta, sobre estos algoritmos reflexionaremos más tarde.

En el siguiente gráfico demostramos formalmente que la solución para la transformación de Beckmann satisface las condiciones de equilibrio del usuario. Esta equivalencia se demuestra en primera instancia para ejemplos simples. Supongamos la red de la figura No. 24,

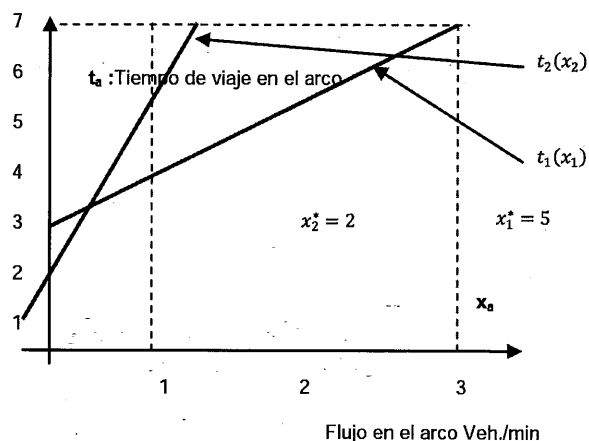
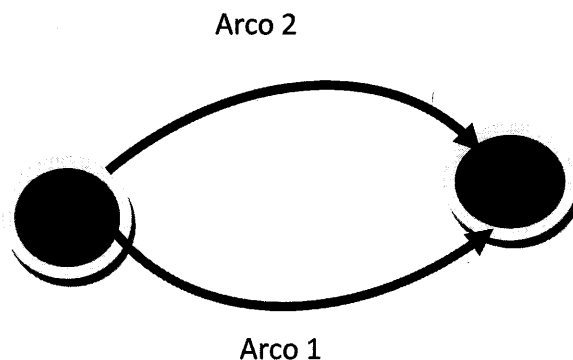


Gráfico No. 24. Representación gráfica de una red simple

Donde esta red de transporte considera dos rutas y también con dos arcos que conduce del origen "O" al destino "D". El volumen de las curvas de tardanza para los dos arcos son dados por:

$$t_1 = 3 + x_1, \dots \dots \dots (1.10)$$

Y

$$t_2 = 2 + 3x_2, \dots \dots \dots (1.11)$$

El flujo O-D, q, es 6 unidades de flujo es decir,

$$x_1 + x_2 = 7, \dots \dots \dots (1.12)$$

La condición de equilibrio para este ejemplo puede ser expresado como:

$$t_1 \leq t_2, \text{ si } x_1 > 0, \text{ y } t_1 \geq t_2, \text{ si } x_2 > 0 \dots \dots \dots (1.13)$$

Para este ejemplo esto puede ser verificado por inspección que ambas rutas pueden ser usadas y las ecuaciones anteriores puede sin embargo ser escrito como, si $x_1 > 0$, y $x_2 > 0$

$$t_1 = t_2, \dots \dots \dots (1.14)$$

El problema de equilibrio entonces, consiste en resolver cuatro ecuaciones, es decir, las dos de las curvas de atraso de volumen (1.10) y (1.11) y la condición de conservación de flujo (3.12) y la condición de equilibrio del usuario (1.14) para las cuatro incógnitas:

$$x_1, x_2, t_1, y, t_2$$

La solución de este conjunto de ecuaciones es,

$$x_1 = 5, x_2 = 2, \text{ unidades de flujo y } t_1 = t_2 = 7, \text{ unidades de tiempo.}$$

El problema es formulado como un problema de minimización de la siguiente manera:

$$\min: z(\bar{x}) = \int_0^{x_1} (3 + w)dw + \int_0^{x_2} (2 + 3w)dw, \dots \dots \dots (1.15)$$

Sujeto a:

$$x_1 + x_2 = 7, \dots \dots \dots (1.16)$$

$$x_1, x_2 \geq 0, \dots \dots \dots (1.17)$$

Al fin de plantear el problema anterior como una minimización unidimensional sin restricciones podemos hacer, $x_2 = 7 - x_1$, y sustituir en la función objetivo y en las restricciones que siguen con la finalidad de obtener el problema:

$$\min: z(x_1) = \int_0^{x_1} (3 + w)dw + \int_0^{7-x_1} (2 + 3w)dw, \dots \dots \dots (1.18)$$

Sujeto a:

$$x_1 \geq 0, y, 7 - x_1 \geq 0, \dots \dots \dots (1.19)$$

Para resolver este problema, las restricciones puede ser relajado y la función objetivo puede ser minimizado como un problema sin restricciones. Si la solución satisface las restricciones, esto es válido también para el problema con restricciones. Ejecutando las integrales y reduciendo términos semejantes, la función objetivo queda:

$$z(x_1) = \frac{5}{4}x_1^2 - \frac{43}{4}x_1 + \frac{203}{4}, \dots \dots \dots (1.20)$$

Esta función alcanza su mínimo en

$$x_1^* = 4.3 \text{ cuando } \frac{dz(x_1)}{dx_1} = 0$$

Esta solución satisface las dos restricciones de la relación (1.19) y es por lo tanto también un mínimo del problema con restricciones (1.18).

La conservación de flujo original en efecto garantiza la restricción que:

$$x_2^* = 2.7$$

la solución del problema matemático es idéntica a la solución de las ecuaciones de equilibrio, esta equivalencia es demostrada para el caso general más adelante.

12. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Los métodos usados para determinar los flujos de equilibrio y tiempos de viaje se basan en las técnicas de optimización no lineal, en otra oportunidad se extenderá este criterio para grandes redes de transportes usando el criterio de equilibrio del usuario. En su estructura matemática usamos los escritos de Beckmann et al en 1956, y los criterios sugeridos por Magnanti en 1984. Finalmente podemos decir que estas reflexiones son la base para muchas otras investigaciones futuras.

Se recomienda analizar las condiciones de equivalencia, unicidad, experimentar para solucionar problemas de grandes redes, analizar algoritmos de optimización para solucionar el problema general.

REFERENCIAS

- Yosef Sheffi. (1981). Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods,*
- Peter Checkland, (1993) Pensamiento de Sistemas, Práctica de Sistemas. México: editorial megabyte.*
- Peter Checkland, (1994) La Metodología de los sistemas suaves de acción” México: editorial megabyte.*
- Peter, Senge (1990) La Quinta Disciplina. España: editorial Granica, Barcelona.*
- Peter, Senge. (1990) La Quinta Disciplina, el Arte y la Práctica de la Organización Abierta al Aprendizaje. España: Editorial granica, Barcelona.*
- Morlok. (1978). Transportation Planning, Text book,*
- Manheim (1979). Transportation Planning, Text book,*
- Morlok. (1978). Transportation Planning, Text book,*
- Knight (1924). Transportation Planning, Text book,*
- Potts y Oliver. (1972). Transportation Network and their representation,*
- Daganzo y Sheffi. (1977). The concept of stochastic user equilibrium was developed and formalized,*
- Yosef Sheffi. (1981). Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods,*
- Wagner. (1969). Mathematical Programming, Text book,*
- Simmons (1975). Mathematical Programming, Text book,*
- Bradley (1977). Mathematical Programming, Text book,*
- Hax and Magnanti (1977). Mathematical Programming, Text book,*
- Wisner and Chattergy (1979). Mathematical Programming, Text book,*
- Zangwill (1969). T Mathematical Programming, Text book,*
- Luenberger (1973). Mathematical Programming, Text book,*

